LENGUAJE ALGEBRAICO 1.

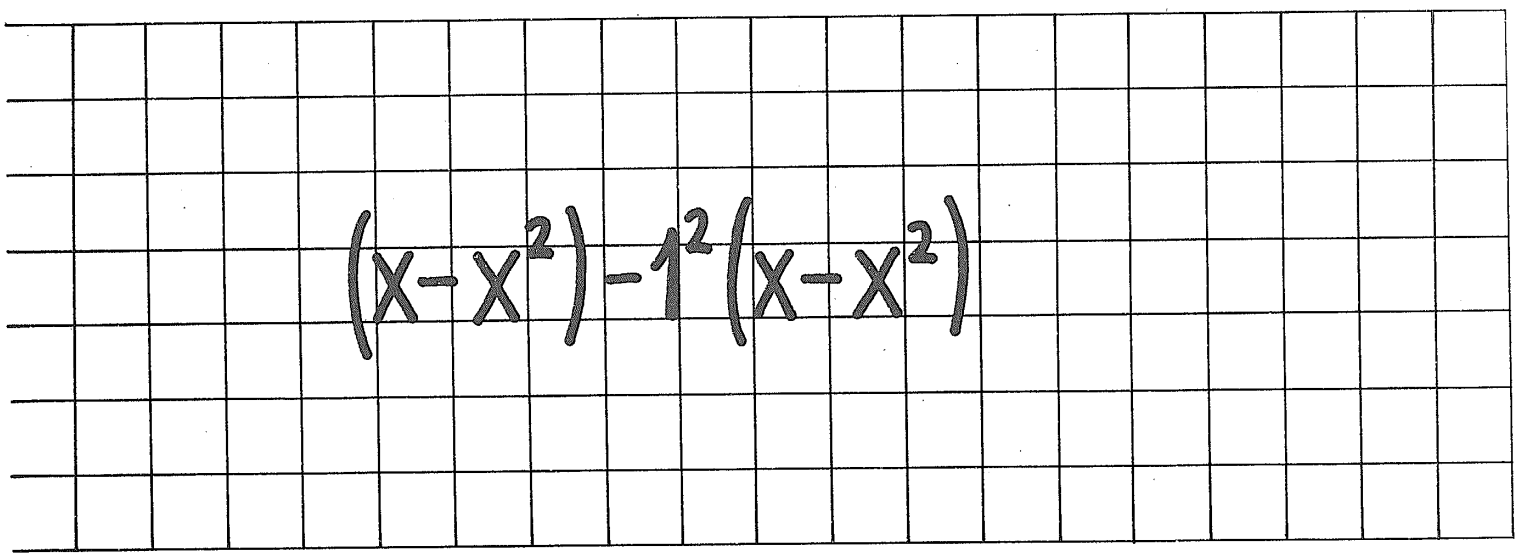
Formación

Obras que integran el bloque 1 *(Álgebra. Estructuras y operaciones)*

1. Conjuntos
2. Estructuras matemáticas
3. El conjunto de los enteros
4. Operaciones con enteros
5. ***Lenguaje algebraico 1. Formación***
6. Lenguaje algebraico 2. Transformación
7. Operaciones con polinomios 1. Suma, resta, multiplicación y división
8. Operaciones con polinomios 2. Productos notables
9. Operaciones con polinomios 3. Factorización
10. El conjunto de los racionales
11. Operaciones con expresiones racionales
12. El conjunto de los reales
13. Operaciones con expresiones reales
14. El conjunto de los complejos. Estructura y operaciones

ANUIES

Asociación Nacional
de Universidades e Institutos de
Enseñanza Superior



Módulos de matemáticas

Bloque 1

Álgebra. Estructuras y operaciones

Módulo 5

LENGUAJE ALGEBRAICO 1.

Formación

Conrado Flores García

EDITORIAL TRILLAS

México, Argentina, Colombia,
España, Puerto Rico, Venezuela

Revisión técnica: *Myriam P. Acuña Monsalve*
Licenciada en economía,
Universidad Nacional
Autónoma de México

La presentación y disposición en conjunto de
LENGUAJE ALGEBRAICO 1. Formación
son propiedad del editor. Ninguna parte de esta obra
puede ser reproducida o trasmitida, mediante ningún sistema
o método, electrónico o mecánico (incluyendo el fotocopiado,
la grabación, o cualquier sistema de recuperación y almacenamiento
de información), sin consentimiento por escrito del editor

Derechos reservados
© 1985, Editorial Trillas, S. A. de C. V.
Av. Río Churubusco 385, Col. Pedro María Anaya,
Deleg. Benito Juárez, 03340, México, D. F.

Miembro de la Cámara Nacional de la
Industria Editorial. Reg. núm. 158

Primera edición, abril 1985
ISBN 968-24-1505-5

Impreso en México

PRESENTACIÓN

Descripción general de la serie

Para la elaboración de los textos que componen la serie MÓDULOS DE MATEMÁTICAS se tomaron en cuenta los objetivos de los programas de estudio de un gran número de instituciones de enseñanza media superior.

La serie consta de 64 módulos didácticos agrupados en 8 bloques, a saber:

1. Álgebra. Estructuras y operaciones.
2. Álgebra. Modelos.
3. Nociones de lógica matemática.
4. Geometría euclidiana.
5. Trigonometría.
6. Geometría analítica.
7. Cálculo diferencial.
8. Cálculo integral.

Cada bloque se complementa con un compendio de la información contenida en los módulos didácticos que lo forman y al cual hemos dado el nombre de MEMO, ya que es una ayuda a la *memo*ria, al entusiasmo y al esfuerzo.

Por otra parte, cada módulo contiene una sucesión de cuadros de aprendizaje, los cuales están organizados en cierto número de submódulos (capítulos); en los que se presenta la información en orden creciente de complejidad. En atención a su fin, hemos designado a los cuadros con los nombres: *informativos, de pregunta* y *de respuesta.* Asimismo, se presentan cuadros complementarios para efectuar, si es necesario, ejercicios o prácticas adicionales.

Sugerencias a los lectores

Los MÓDULOS DE MATEMÁTICAS están dirigidos a diferentes clases de lectores: los profesores de enseñanza media superior, los estudiantes inscritos en cursos escolarizados de este nivel, estudiantes autodidactas y, en general, personas que deseen actualizar sus conocimientos en este campo.

En lo que respecta a los profesores, éstos pueden usar los módulos como parte integrante de sus guiones de clase; para tal efecto, deben revisar el programa correspondiente y advertir en qué parte puede incorporarse tal o cual módulo, ya que los textos están basados en un gran número de programas y no en uno solo. Al seleccionar los módulos que correspondan al curso planeado, éste quedará dividido en tareas de aprendizaje. El dominio de cada módulo quedará determinado por la consecución de los objetivos específicos.

En relación con los estudiantes inscritos en cursos escolarizados, los MÓDULOS DE MATEMÁTICAS pueden servirles como material complementario y como una posibilidad de desarrollar los ejercicios que se revisan en el aula.

Los estudiantes autodidactas notarán que cada uno de los textos es un "escalón numerado" que debe seguirse con precisión para poder acceder al siguiente. Los cuadros informativos, los de pregunta y los de respuesta son las partes fundamentales de cada peldaño. En los cuadros informativos se presentan los aspectos que deben ser estudiados con sumo cuidado. Dichos cuadros se destacan con el símbolo ☞, el cual indica que se les debe prestar atención especial. Los cuadros de pregunta brindan el espacio suficiente para anotar la respuesta correspondiente, la cual puede ser verificada en los cuadros de respuesta que están situados justo al lado del cuadro de pregunta (para tal efecto, es conveniente tapar el cuadro de respuesta durante la elaboración de la misma, a fin de poder comprobar el resultado que se obtenga).

El alumno logrará el dominio de cada uno de los módulos mediante la consecución de los objetivos anotados al final de cada submódulo. Dichos objetivos indican lo que el estudiante debe ser capaz de hacer al terminar de examinar cada etapa: sólo si se han cumplido los objetivos deberá pasarse al siguiente módulo.

Respecto a las personas que quieren actualizar sus conocimientos en el campo de las matemáticas, es necesario que estudien los módulos desde el comienzo (a manera de repaso), ya que de esta manera se evitará que algún tema quede poco claro debido a la falta de conocimiento de aquellos que lo fundamentan. Para ello, se ha incluido una lista de prerrequisitos que deben cumplirse para poder entender determinados temas.

Cabe señalar que la mencionada lista de prerrequisitos, comprende aquellos puntos que son útiles para todos los tipos de lectores, pues se especifican los conocimientos que deben tenerse para poder comprender y asimilar mejor el contenido del módulo en cuestión.

Una última observación: las metas sólo se logran cuando el esfuerzo por alcanzarlas se fundamenta en el agrado, el entusiasmo y la motivación, en el caso de los alumnos, y en la planeación adecuada y la exposición convincente, en lo que respecta a los profesores.

CONRADO FLORES GARCÍA

ÍNDICE DE CONTENIDO

Presentación

Objetivos, esquema estructural y prerrequisitos

5.1 Necesidad del lenguaje algebraico 9

5.2 Expresiones algebraicas 19

5.3 Algunas reglas de formación de expresiones algebraicas 30

5.4 Práctica de formación de expresiones algebraicas 52

5.5 Práctica de interpretación de expresiones algebraicas 68

5.6 "Traducción" del lenguaje común al lenguaje algebraico 74

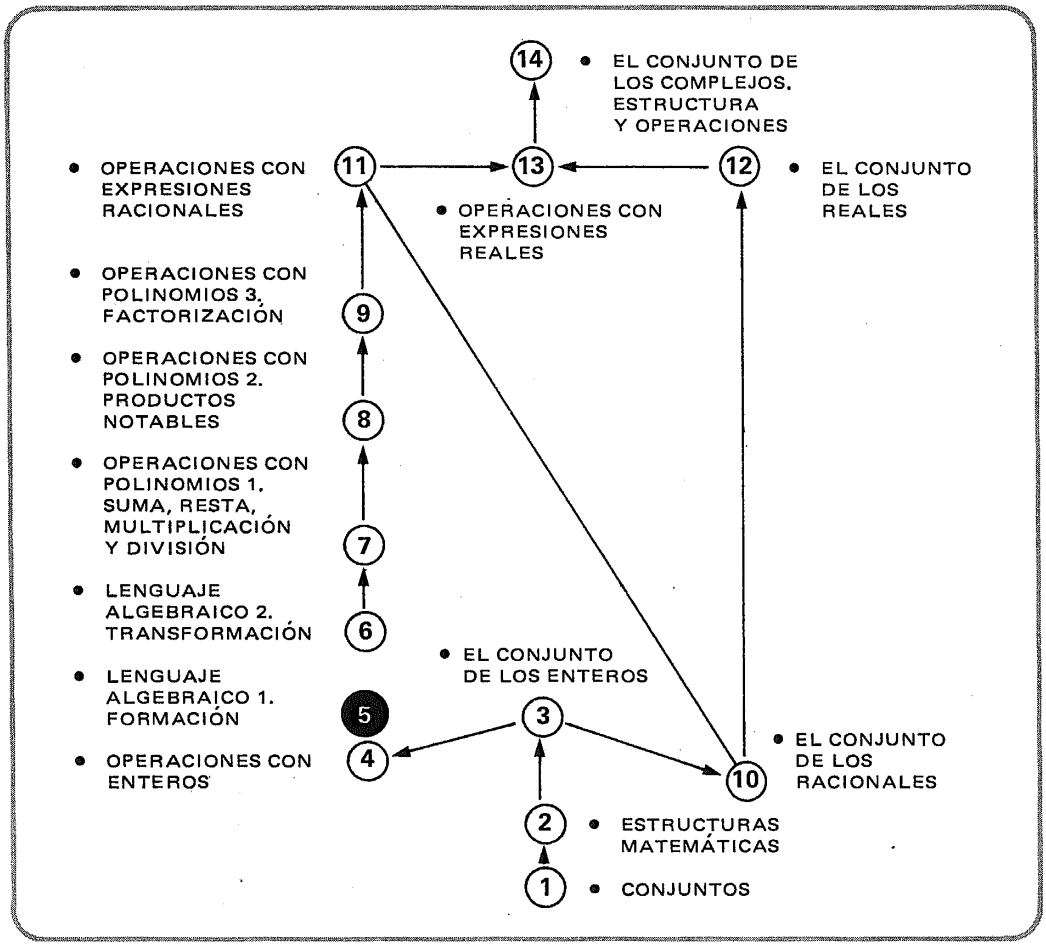
5.7 Valor numérico de expresiones algebraicas 88

OBJETIVOS, ESQUEMA ESTRUCTURAL Y PRERREQUISITOS

Bloque 1. Álgebra. Estructuras y operaciones

Objetivos: establecer las estructuras matemáticas relacionadas con los números naturales, enteros, racionales, reales y complejos. Efectuar las cuatro operaciones binarias fundamentales y las operaciones monarias de potenciación y radicación con expresiones algebraicas pertenecientes a cada uno de los cinco conjuntos mencionados

Esquema estructural del bloque 1



Módulo 5. Lenguaje algebraico 1. Formación

Objetivos: formar una expresión algebraica a partir de un conjunto de instrucciones o de un enunciado dado en lenguaje común, o bien, traducir una expresión algebraica dada al lenguaje común

Prerrequisitos:	Bloque	Módulo(s)
• Manejo de los números enteros	1	4

5.1

Necesidad del lenguaje algebraico

1

En el cuadro siguiente se nos da un ejemplo de una *situación* que puede presentársenos en la vida cotidiana.

2

—¿Más cordel? —preguntó la madre, sacando las manos de la tina en que lavaba—. ¡Como si yo fuera de cordel! No se oye más que cordel, cordel. Ayer mismo te di un buen ovillo. ¿Para qué necesitas tanto? ¿Dónde lo has metido?

—¿Dónde lo he metido? —contestó el muchacho—. Primero me cogiste la mitad...

—¿Con qué quieres que ate los paquetes de ropa blanca?

—La mitad de lo que quedó se la llevó Tom para pescar.

—Debes ser condescendiente con tu hermano mayor.

—Lo fui. Quedó muy poquito y de ello cogió papá la mitad para arreglarse los tirantes que se le habían roto de tanto reírse con el accidente de automóvil. Luego, María necesitó dos quintos del resto, para atar no sé qué...

—¿Qué has hecho con el resto del cordel?

—¿Con el resto? ¡No quedaron más que 30 cm! Anda, construye un teléfono con un pedazo así...

¿Qué longitud tenía el cordel al principio?

Nota: rompecabezas debido al escritor Barry Pain, en "Matemáticas recreativas" de Perelman, Ediciones Martínez Roca, S. A., Barcelona.

3

Si decidimos resolver

matemáticamente

este acertijo
necesitamos,
en primer lugar,

excluir, separar, hacer caso omiso de

la información
que no nos ayude
a obtener la
solución del problema.

4

Luego,
efectuamos una

"traducción"

del
lenguaje ordinario
al

lenguaje matemático.

5

Determinemos, entonces,
la
información
necesaria
para la solución del problema.

6

—¿Más cordel? —preguntó la madre, sacando las manos de la tina en que lavaba—. ¡Como si yo fuera de cordel! No se oye más que cordel, cordel. Ayer mismo *te di un* buen *ovillo*. ¿Para qué necesitas tanto? ¿ Dónde lo has metido?

—¿Dónde lo he metido? —contestó el muchacho— *Primero me cogiste la mitad...*

—¿Con qué quieres que ate los paquetes de ropa blanca?

—*La mitad de lo que quedó se lo llevó Tom* para pescar.

—Debes ser condescendiente con tu hermano mayor.

—Lo fui. *Quedó muy poquito y de ello cogió papá la mitad* para arreglarse los tirantes que se le habían roto de tanto reíse con el accidente de automóvil. Luego, *María necesitó dos quintos del resto,* para atar no sé qué...

—¿Qué has hecho con el resto del cordel?

—¿Con el resto? *¡No quedaron más que 30 cm!* Anda, construye un teléfono con un pedazo así...

¿Qué longitud tenía el cordel al principio?

7

... te di **un ovillo.**

primero me cogiste **la mitad...**

la mitad de lo que quedó se la llevó Tom...

quedó muy poquito y **de ello** tomó papá **la mitad...**

María necesitó **dos quintos del resto...**

No quedaron más que 30 cm

¿Qué **longitud** tenía el cordel **al principio?**

8

Ahora, intentemos
la

traducción

al

lenguaje
matemático.

9

... te di un ovillo. → (de) **x** (centímetros de longitud)

10

... me cogiste **la mitad**... → $\frac{x}{2}$

(... y me quedó ...) → $x - \frac{x}{2}$

11

La mitad de lo que quedó se la llevó Tom ... → $\frac{1}{2}\left(x - \frac{x}{2}\right)$

(... y me quedó ...) → $\underbrace{\left(x - \frac{x}{2}\right)}_{\text{lo que me había quedado}} - \underbrace{\frac{1}{2}\left(x - \frac{x}{2}\right)}_{\text{lo que se llevó Tom}}$

12

...de ello cogió papá la mitad... $\longrightarrow \frac{1}{2}\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]$

(... y me quedó ...) $\longrightarrow$

$$\underbrace{\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]}_{\text{lo que me había quedado}}-\underbrace{\frac{1}{2}\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]}_{\text{lo que tomó papá}}$$

13

... María necesitó dos quintos del resto ... $\longrightarrow$

$$\frac{2}{5}\left\{\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]-\frac{1}{2}\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]\right\}$$

(... y me quedó ...) $\longrightarrow$ lo que me había quedado

$$\overbrace{\left\{\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]-\frac{1}{2}\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]\right\}}$$

$$\underbrace{-\frac{2}{5}\left\{\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]-\frac{1}{2}\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]\right\}}_{\text{lo que necesitó María}}$$

14

No quedaron más que 30 cm.

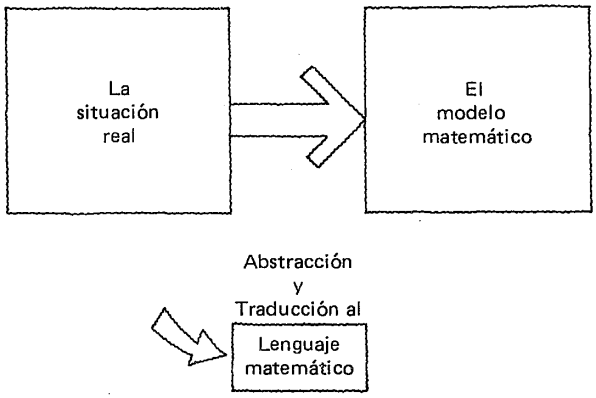
$$\left\{\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]-\frac{1}{2}\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]\right\}$$

$$-\frac{2}{5}\left\{\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]-\frac{1}{2}\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]\right\}=30$$

Esto es lo que llamamos un **modelo matemático** de la situación real, al que hemos llegado mediante un proceso de **abstracción** (separación, exclusión, de lo no relevante).

15

Estudiemos con atención este esquema.

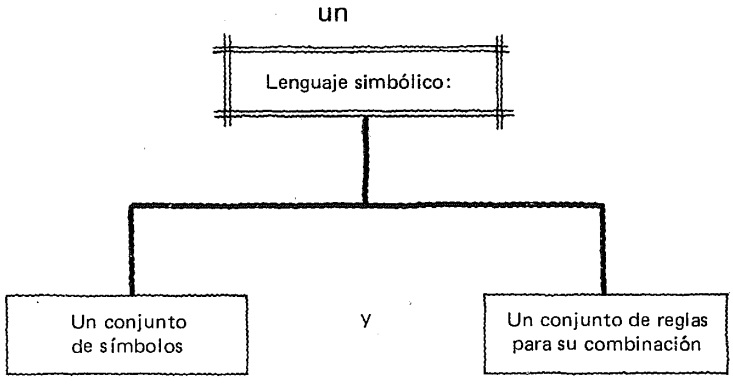


16

El lenguaje matemático
es un
lenguaje simbólico.

17

Podemos considerar en un Lenguaje simbólico:



18

Otros lenguajes simbólicos

- **Lenguaje literario**
  un conjunto de letras (alfabeto)
  un conjunto de reglas (gramática)
- **El lenguaje de la música**
  un conjunto de signos
  un conjunto de reglas para su uso
- **El lenguaje de la química**
- **El lenguaje de la física**

↓

19

Lenguajes matemáticos

- Lenguaje aritmético
- Lenguaje de los conjuntos
- Lenguaje de la lógica simbólica
- **Lenguaje algebraico**

↓

20

En el **lenguaje algebraico**
consideramos
un conjunto de **símbolos.**

He aquí algunos de ellos:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9...

$+ \quad - \quad \times \quad \div \quad \sqrt[n]{} \quad = \quad > \quad < \quad \geqslant \quad \leqslant \quad \neq$

a b c d e... x y z.

( ) [ ] { } $\overline{}$

21

En el **lenguaje algebraico**
consideramos, también,
un conjunto de **reglas,**
que son de dos clases:

- **reglas de formación**
  y
- **reglas de transformación**

22

Las **reglas de formación** nos permitirán expresar correctamente un modelo como éste, e identificarlo como una **ecuación de 1er grado** con una incógnita:

$$\left\{\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]-\frac{1}{2}\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]\right\}$$
$$-\frac{2}{5}\left\{\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]-\frac{1}{2}\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]\right\}=30$$

23

Las **reglas de transformación** nos permitirán llevar la expresión del cuadro anterior a la forma:

$$x = 400$$

que nos dice
cuál es la **longitud, en centímetros,** del ovillo de cordel que la madre le dio a su hijo para construir un teléfono de juguete.

24

Estudiemos con atención este esquema.

- Estado inicial

$$\left\{\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]-\frac{1}{2}\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]\right\}-$$
$$-\frac{2}{5}\left\{\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]-\frac{1}{2}\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]\right\}-30$$

- Transformaciones

↓

- Estado final

$$x = 400$$

25

Otra situación
nos podría conducir a
una

fórmula matemática

como ésta:

$$F = 3x^2 - 4$$

26

El modelo matemático
de otra situación
podría ser un

sistema de ecuaciones

como éste:

$$25x + 50y = 17{,}500$$

$$x + y = 500$$

27

Otras situaciones
nos conducirán a

desigualdades

o a

sistemas de desigualdades

Una desigualdad:

$$3x + 4 \geqslant 5$$

Un sistema de desigualdades:

$$\begin{aligned} 2x + 2y &< 5 \\ x &\geqslant 0 \end{aligned}$$

1. 5. 1

En este punto, el alumno debe ser capaz de:

- *explicar* la necesidad de un lenguaje simbólico para la construcción de modelos matemáticos, que han de servir para la resolución de problemas de la vida real .

5.2

Expresiones algebraicas

28

Al efectuar la **traducción** del lenguaje ordinario o común, al **lenguaje algebraico,** formamos:

expresiones algebraicas

29

Ejemplo:

En el modelo que hemos construido, tenemos **la igualdad de dos expresiones algebraicas** que posteriormente aprenderemos a identificar como una **ecuación:**

$$\underbrace{\left\{\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]-\frac{1}{2}\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]\right\}-\left\{-\frac{2}{5}\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]-\frac{1}{2}\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]\right\}}_{\text{expresión algebraica 1}}=\underbrace{30}_{\text{expresión algebraica 2}}$$

30

Para la formación de

expresiones algebraicas

requerimos de ciertos

símbolos.

31

Ya estamos familiarizados con el uso de los símbolos :

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

$+ - x \div \sqrt[n]{\ }$

en **expresiones aritméticas** como esta:

3 + 2 = 5

que se lee:

"Tres más dos es igual a cinco."

32

7 + 3 > 5

se lee:

"Siete más tres es mayor que cinco."

33

$6 < 10$

se lee:

_____

"Seis es menor que diez."

34

$5 \geqslant 2$

se lee:

_____

"Cinco es mayor o igual a dos."

35

$7 \neq 5$

se lee:

_____

"Siete no es igual a (es diferente de) cinco."

36

$2 \not> 10$

se lee:

_____

"Dos no es mayor que diez."

37

las expresiones anteriores
representan

proposiciones,

en las que afirmamos algo
que puede ser verdadero o falso.

38

La proposición matemática
representada por

$7 + 3 \geq 5$

es comparable a
la proposición del lenguaje común,
representada por

Juan tiene un coche último modelo

En ambas afirmamos algo que puede ser
verdadero o **falso.**

39

En cambio, en las siguientes dos expresiones
no afirmamos nada.

- $8 + 2$
- **El presidente de la República**

Por lo tanto,
no representan proposiciones.

40

En este conjunto de expresiones, señalemos las que son representativas de proposiciones.

1. Los siete pecados capitales
2. 3
3. César y Cleopatra
4. $3 = 1 + 2$
5. Pedro es muy orgulloso
6. $5 > 2$
7. $(-2) < (-1)$
8. ¡Vete de aquí!
9. Me dijo que no lo tomara en serio
10. $4 \times 5 + 8 \times 3$

4. $3 = 1 + 2$
5. Pedro es muy orgulloso
6. $5 > 2$
7. $(-2) < (-1)$
9. Me dijo que no lo tomara en serio

41

Las siguientes expresiones representan proposiciones.
Señalar cuáles son verdaderas y cuáles falsas, de acuerdo con nuestros conocimientos matemáticos.

1. $3 = 1 + 2$	V/F
2. $5 > 2$	V/F
3. $(-2) < (-1)$	V/F
4. $(-4) \times (-2) = -8$	V/F
5. $5 \neq 4$	V/F
6. $7 \not\geqslant 5$	V/F

1.	V
2.	V
3.	V
4.	F
5.	V
6.	F

42

Otros símbolos que utilizaremos para
la formación de expresiones algebraicas.

a, b, c, d,...x, y, z

43

Cuando escribamos

$$x + 2 = 5$$

deberemos suponer que la literal **x**
podrá ser sustituida por **cualquier elemento de un conjunto dado** de números.

44

Las literales
a, b, c, d,. . . x, y, z
representarán, en álgebra, lo que llamaremos:

números no determinados,

números indeterminados

o simplemente

indeterminadas.

45

En una expresión como

$$\textcircled{x} + 2 = 5$$

hablaremos de

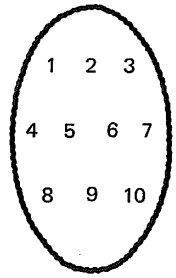
la indeterminada x.

46

Si este diagrama representa el *conjunto de sustitutos permisibles* para la indeterminada x en

$$\textcircled{x} + 2 = 5$$

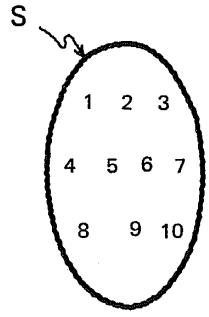
este sería ⟶ 11
un **sustituto no permisible** para la indeterminada x.



47

Quiere decir que:
la indeterminada x
puede ser sustituida
por cualquier
elemento del conjunto
de sustitutos permisibles S.
en la expresión:

$$x + 2 = 5$$



48

Atención.

Consideremos que $\mathbb{Z}^{(*)}$
es el conjunto de sustitutos permisibles
para la indeterminada x en la expresión:

$$x + 2 = 5.$$

Esto lo representaremos así:

$$x + 2 = 5 \quad {}_x \in \mathbb{Z}$$

$^{(*)}\mathbb{Z} = \{x \mid x \text{ es un número entero.}\}$

49

Si aceptamos que

$$x + 2 = 5 \quad {}_x \in \mathbb{Z}$$

representa una proposición,

¿es ésta
verdadera o **falsa**?

No podemos decir si es verdadera o falsa; su **valor de verdad** depende del número (elemento de $\mathbb{Z}$) que pongamos en lugar de x.

50

$$x + 2 = 5 \quad {}_x \in \mathbb{Z}$$

Si, por ejemplo, ⟶ $x = 5$

la proposición, ⟶ $x + 2 = 5$

da lugar a la proposición ⟶ $5 + 2 = 5$

o ⟶ $7 = 5$

que sabemos que es ⟶ V / F

F

51

$x + 2 = 5 \quad x \in \mathbb{Z}$

Si $x = -3$ la proposición es	V / F	F
Si $x = -1$ "	V / F	F
Si $x = 0$ "	V / F	F
Si $x = 1$ "	V / F	F
Si $x = 3$ "	V / F	V

52

Vemos cómo la proposición $x + 2 = 5$ ha dado lugar a las cinco proposiciones de la columna C cuyo valor de verdad conocemos.

A	B	C	
Si $x = -3$	$(-3) + 2 = -1$	$-1 = 5$	F
Si $x = -1$	$(-1) + 2 = 1$	$1 = 5$	F
Si $x = 0$	$(0) + 2 = 2$	$2 = 5$	F
Si $x = 1$	$(1) + 2 = 3$	$3 = 5$	F
Si $x = 3$	$(3) + 2 = 5$	$5 = 5$	V

53

Nos damos cuenta de que la **proposición** representada por

$x + 2 = 3$

(no) **es verdadera ni falsa,**

pero puede generar un conjunto de proposiciones que

(sí) **son verdaderas o falsas.**

54

La expresión

$$x + 2 = 5$$

representa lo que llamaremos

proposición abierta.

55

Expresiones como éstas:

$1 = 5$ $\quad 1 + 2 = 3$ $\quad 5 = 5$

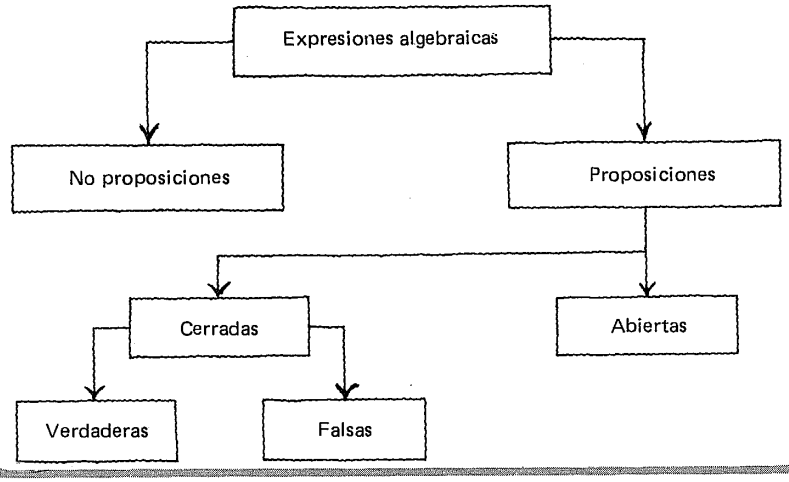
$5 > 3$ $\quad 0 < 1$ $\quad 6 \neq 5$

representarán las que denominaremos

proposiciones cerradas.

56

Bosquejamos el siguiente esquema que debemos estudiar con atención.



57

Consideremos las expresiones algebraicas siguientes:

1. $3x + 2$ ⌊____⌋
2. $5 + 4 = 6$ ⌊____⌋
3. $5x - 3 = 2$ ⌊____⌋
4. $3 \times 5 > 10$ ⌊____⌋
5. 7 ⌊____⌋

Indicar, en la casilla correspondiente, si se trata de una no proposición **(NP)**, una proposición abierta **(PA)**, una proposición cerrada verdadera **(PCV)** o una proposición cerrada falsa **(PCF)**.

NP

PCF

PA

PCV

NP

1.5.2.1

Práctica adicional,
si
se considera necesario.

1.5.2

En este punto, el alumno debe ser capaz de:

- *identificar,* en un conjunto dado de expresiones algebraicas, las que representan: no-proposiciones, proposiciones abiertas, proposiciones cerradas verdaderas o proposiciones cerradas falsas.

5.3

Algunas *reglas de formación* de expresiones algebraicas

58

Representación de un producto

Factores positivamente signados:

- **a · b · c** o simplemente: **abc**
- **3 · a · x** o simplemente: **3ax**
- **1 · a · b** o **ab**
- **3 × 4 × 5** o **3 · 4 · 5**

59

Representación de un producto

Factores negativamente signados:

- **(– a) (– b) (– c)**
- **(– 3) (– a) (– x) = – 3 (– a) (– x)**
- **(– 1) (– a) (– b) = – (– a) (– b)**
- **(– 3) (– 4) (– 5)**

60

Expresar el producto de los factores: x e y

$x \cdot y$
o de preferencia:
xy

61

Expresar el producto de los factores: 3, x e y

$3 \cdot x \cdot y$
o preferentemente
3xy

62

Expresar el producto de los factores: (-3), a y x

$-3ax$

63

Expresar el producto de los factores: 1, x, y, z

xyz

64

Expresar el producto de los factores: (— 1), m y n

— mn

65

Expresar el producto de los factores: (— 7), (— p) y (— q)

(— 7)(— p)(— q)

o bien:

— 7(— p)(— q)

66

Expresar el producto de los factores: 3, 2 y 5

$3 \times 2 \times 5$

(o también: $3 \cdot 2 \cdot 5$)

67

Expresar el producto de los factores: (-3), (-2) y (-5)

$(-3)(-2)(-5)$

68

Intentemos representar,
sin ambigüedad
el producto de los factores:

x y x − 1

$x(x - 1)$

(no $x \cdot x - 1$)

69

Expresar el producto de los factores:

$n, n - 1$ y $n - 2$

$n(n - 1)(n - 2)$

70

Expresar el producto de los factores: $- x, x + 2$ e y

$- x(x + 2)y$

o bien:

$- xy(x + 2)$

en virtud de la propiedad conmutativa de la multiplicación

71

Expresar el producto de los factores:

$(- x), (- y)$ y $(- z)$

$(- x) (- y) (- z)$

72

Expresar el producto de: -1, $(k-3)$ y x

$(-1)(k-3)x$

o bien

$-(k-3)x$

o bien

$-x(k-3)$

73

Expresar el producto de: (-1) y x

$-x$

74

Expresar el producto de: 1 y x

x

75

Expresar **en forma compacta**
el producto de: x y x

x^2

76

Expresar en forma compacta
el producto de: x, x, x y x

x^4

77

Expresar en forma compacta el producto de:

n, n, n... n
↑
27 factores

n^{27}

78

Expresar en forma compacta el producto de:

$(x - 1)$, $(x - 1)$ y $(x - 1)$

$(x - 1)^3$

79

Expresar en forma compacta el producto de:

(-5), (-5) y (-5)

$(-5)^3$

80

Expresar en forma compacta el producto de:

x, x, x, y, y, y e y

x^3y^4

81

Expresar en forma compacta el producto de:

5, x, x, y, z, z, z

$5x^2yz^3$

82

Expresar en forma compacta el producto de:

(— 5), a, a, b, x, x, y, y, y... y

10 factores iguales

$-5a^2bx^2y^{10}$

83

Expresar en forma compacta el producto de:

3, x, x, (x + y) y (x + y)

$3x^2(x+y)^2$

84

A las expresiones que representan

un producto de factores,

les llamaremos

términos algebraicos

85

Atención.

Ésta es una expresión algebraica constituida por tres términos:

$$3x^2(x + y)^2 + 5x^2y^3 + 3x$$

86

$$5x^2y^3 - 8nx$$

Esta es una expresión algebraica constituida por __ términos.

2

87

$-5x^3$

Esta es una expresión algebraica constituida por [_____] términos.

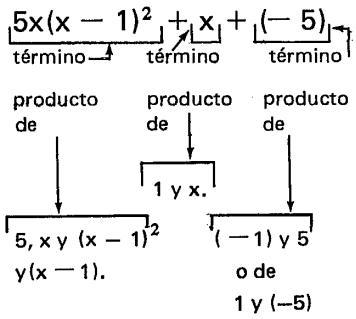
1

88

¡Atención!

$5x(x-1)^2 + x - 5$

es equivalente a

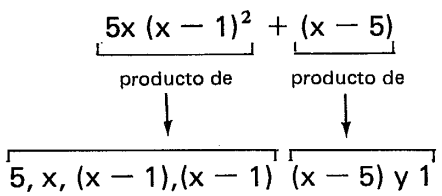


89

La consideración de una expresión como **término** depende de su papel en la expresión total de la que forma parte. Así, la expresión anterior

$5x(x-1)^2 + x - 5$

puede ser escrita de la siguiente manera:



en cuyo caso, se considerará formada por dos términos.

90

Convendremos en **no** considerar
como un solo término
una expresión como

$$3x^2y - 5x + 4$$

a pesar de que puede ser considerada como

$$1 \cdot (3x^2y - 5x + 4)$$

91

Representación de un cociente

- $a \div b = \frac{a}{b}$

92

Anotar una expresión equivalente

$1 \div 2 =$ _____

$\frac{1}{2}$

93

Escribir una expresión equivalente.

$a \div 2 = \square$

$\frac{a}{2}$

94

Representación de un producto y un cociente combinados

- $(a \times b) \div c = \frac{ab}{c}$ Puede escribirse: $ab \div c$
- $(a \div b) \times c = \frac{a}{b} \cdot c$
- $a \div (b \times c) = \frac{a}{bc}$

No escribir: $a \div b \cdot c$

95

Una expresión como

$12 \div 4 \times 3$

es **ambigua**, pues podría ser interpretada como

$(12 \div 4) \times 3 = 3 \times 3 = 9$

o como

$12 \div (4 \times 3) = 12 \div 12 = 1$

96

$$12 \div 4x3$$

En casos como éste,
deberán emplearse los

signos de agrupación.

Entonces escribiremos:

$$(12 \div 4) \times 3$$

ó

$$12 \div (4 \times 3)$$

de acuerdo con lo que queramos expresar.

97

Escribir expresiones equivalentes

$(x \div y) \times n =$ [ ]

$x \div (y \times n) =$ [ ]

$\frac{x}{y} \cdot n$

$\frac{x}{yn}$

98

Representación de una suma de productos

La expresión

$$3 \times 4 + 5 \times 2 - 6 \times 4$$

se interpretará convencionalmente como:

$$(3 \times 4) + (5 \times 2) - (6 \times 4)$$

99

En general,

ab + cd − ef

será considerada como una **expresión bien formada**, pues no existe ambigüedad en su interpretación.

100

Se requiere el uso de paréntesis en el caso de factores negativamente signados:

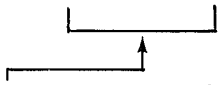
a(− b) + (− c)(− d) − (− e)f

101

La expresión

3 X 4 + 5

deberá interpretarse, de acuerdo con la convención establecida, como:



Escribir una expresión equivalente en la que se utilicen los paréntesis.

(3 X 4) + 5

102

Representación de sumas y cocientes combinados

Una expresión como

$$12 \div 4 + 3$$

resulta ambigua si no se establece una convención como la de dar prioridad al còciente, en cuyo caso se interpretará como

$$(12 \div 4) + 3$$

y no como

$$12 \div (4 + 3)$$

103

La expresión

$$\mathbf{a \div b + c}$$

será interpretada convencionalmente como

$$\mathbf{(a \div b) + c}$$

104

Entonces,

$$a \div b + c = \frac{a}{b} + c$$

105

Representación de una igualdad

Cuando escribimos

$$a = b$$

debemos entender que no se trata de una igualdad de símbolos, ya que **a** es diferente de **b**, sino que ambos son **dos nombres distintos para un mismo número.**

106

En la expresión

$$5 + 3 = 8$$

5 + 3 y **8** son **dos** nombres diferentes
para un mismo número **(ocho)**
o **dos** formas diferentes de escribir el número **ocho.**

107

Resumen de las reglas estudiadas para la
formación de expresiones algebraicas

1. Expresar un producto como la yuxtaposición de los símbolos representativos de los factores.

   Ejemplos:

   - abcd...
   - 5abcd...
   - −5abcd...

108

2. Cuando el 1 sea factor, no deberá escribirse.

   Ejemplo:

   - $1abcd\ldots = abcd\ldots$
   - $-\ 1abcd\ldots = -\ abcd\ldots$

109

3. Escribir entre paréntesis los **factores negativamente signados.**

   Ejemplo:

   - $(-\ a)(-\ b)(-\ c)$

110

4. Escribir entre paréntesis los **factores formados por varios términos.**

   Ejemplo:

   $(a - 1)(a - 2)(a - 3)$

Ésta es la representación de un **producto de sumas.**

111

5. Expresar en forma de potencia los **productos de factores iguales.**

Ejemplos:

$$a \cdot a = a^2$$
$$a \cdot a \cdot a = a^3$$
$$(-a)(-a)(-a)(-a) = (-a)^4$$

112

6. No escribir el número **1 como exponente.**

Ejemplo:

$a^1 = a$

113

7. Expresar un cociente de la siguiente manera:

- $a \div b$

o de preferencia, así:

- $\frac{a}{b}$

114

8. **No escribir un cociente y un producto** combinados en la forma siguiente:

$$a \div b \times c$$

Si queremos representar:

$$(a \div b)c \xrightarrow[\text{escribir}]{} \frac{a}{b}\, c$$

Si queremos que se interprete:

$$a \div (bc) \xrightarrow[\text{escribir}]{} \frac{a}{bc}$$

115

9. Un **producto y un cociente** combinados pueden expresarse en cualquiera de estas formas, sin ambigüedad:

- $ab \div c$
- $\frac{ab}{c}$
- $a\frac{b}{c}$

116

10. Escribir una **suma de productos** sin paréntesis, en la forma siguiente:

$$abc... \pm def... \pm ghi... \pm ...$$

Convencionalmente, damos prioridad al producto.

117

11. Escribir **una suma de cocientes** sin paréntesis, en alguna de las siguientes formas:

    - $a \div b \pm c \div d \pm e \div f \pm \ldots$
    - $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} \pm \frac{e}{f} \pm \ldots$

Por convención, damos prioridad al cociente.

118

12. Escribir un **cociente de sumas** en la siguiente forma:

    - $\frac{a \pm b \pm c \pm d \pm \ldots}{m \pm n \pm o \pm p \pm \ldots}$

119

13. Usar **signos de agrupación** siempre que la expresión pueda resultar ambigua sin su empleo; además:

    - siempre que deba interpretarse una expresión dada como un solo número
    - siempre que se desee establecer un orden en las operaciones indicadas
    - para representar números negativamente signados

1.5.3.1

Práctica adicional,
si
se considera necesario.

1.5.3

En este punto, el alumno debe ser capaz de:

- *expresar* algebraicamente, sin ambigüedad:

  — un producto de varios factores, positiva o negativamente signados
  — un producto de sumas
  — un producto de factores iguales (potencia)
  — combinaciones de productos y cocientes
  — una suma de productos o de cocientes
  — un cociente de sumas;

- *usar* correctamente los signos de agrupación para:

  — evitar ambigüedad en la interpretación de una expresión algebraica
  —establecer un orden en las operaciones indicadas
  —representar números negativamente signados.

5.4

Práctica de
formación de expresiones algebraicas

120

Ahora,
vamos a representar algebraicamente
la siguiente secuencia de instrucciones:

1. Tomar el número 5 [_____]
2. Sumarle el número 3 [_____]

1. 5
2. 5 + 3

121

La expresión resultante

5 + 3

¿representa una proposición?

Sí/No

No

122

Si escribimos

$5 + 3 = 8$

¿esta expresión representa una proposición?

Sí/No

Sí

123

La expresión

$5 + 3 = 8$

representa una proposición

verdadera/falsa

verdadera

124

$5 + 3 = 10$

La proposición
aquí representada es

verdadera/falsa

falsa

125

Señalar la opción correcta.

Las expresiones

$5 + 3 = 8$

y

$5 + 3 = 10$

representan proposiciones **abiertas/cerradas**

cerradas

126

Expresar algebraicamente la siguiente serie de instrucciones:

1. Tomar el número -7 [ ]
2. Sumarle el número -4 [ ]

-7

$-7 + (-4)$

127

Sabemos que la expresión

$-7 + (-4)$

es equivalente a:

[ ]
expresión sin paréntesis

de acuerdo con una de las reglas para el manejo de los números enteros.

$-7 - 4$

(sumar un número negativo equivale a restar su inverso aditivo o simétrico)

128

Expresar el resultado de esta operación como un número entero.

$-7-4=$ ____

-11

129

Expresar algebraicamente la siguiente serie de instrucciones:

1. Tomar el número -35 ____
2. Restarle el número -15 ____
3. Escribir una expresión equivalente (sin paréntesis) ____
4. Simplificar la expresión resultante, expresándola como un número entero ____

1. -35
2. $-35-(-15)$
3. $-35+15$
4. -20

130

Expresar algebraicamente las siguientes instrucciones:

1. Tomar el número 48 ____
2. Sumarle el número -16 ____
3. Restar al resultado el número -8 ____
4. Escribir la expresión equivalente (sin paréntesis) ____
5. Simplificar la expresión resultante, expresándola como un número entero ____

1. 48
2. $48+(-16)$
3. $48+(-16)-(-8)$
4. $48-16+8$
5. 40

131

Expresar algebraicamente:

1. Tomar el número 8 ⌊_____⌋
2. Restarle el número − 5 ⌊_____⌋
3. Multiplicar la diferencia por 3 ⌊_____⌋
4. Completar la proposición verdadera correspondiente ⌊_____⌋

1. 8
2. $8 - (-5)$
3. $\left[8 - (-5)\right] \cdot 3$
4. 39

132

Expresar algebraicamente:

1. Tomar el número 5 ⌊_____⌋
2. Sumarle el número − 3 ⌊_____⌋
3. Tomar el número − 7 ⌊_____⌋
4. Restarle el número 4 ⌊_____⌋
5. Multiplicar la suma ② por la diferencia ④. ⌊_____⌋
6. Simplificar, expresando el resultado como un número entero ⌊_____⌋

1. 5
2. $5 + (-3)$
3. -7
4. $-7-4$
5. $\left[5 + (-3)\right](-7-4)$
6. -22

133

Expresar algebraicamente:

1. Tomar el número 6 ⌊_____⌋
2. Elevarlo al cuadrado ⌊_____⌋
3. Tomar el número − 1 ⌊_____⌋
4. Elevarlo al cubo ⌊_____⌋
5. Multiplicar las potencias ② y ④ ⌊_____⌋
6. Tomar el número 3 ⌊_____⌋
7. Elevarlo a la cuarta potencia ⌊_____⌋
8. Multiplicar el resultado por 1 ⌊_____⌋
9. Restar al producto ⑤ el producto ⑧ ⌊_____⌋
10. Simplificar, expresando el resultado como un número entero ⌊_____⌋

1. 6
2. 6^2
3. -1
4. $(-1)^3$
5. $6^2(-1)^3$
6. 3
7. 3^4
8. 3^4
9. $6^2(-1)^3 - 3^4$
10. -117

134

Expresar algebraicamente:

1. Tomar el número 12 ⌊___⌋
2. Tomar el número 4 ⌊___⌋
3. Multiplicar este último número por 3 ⌊___⌋
4. Dividir el número tomado en ① entre el producto ③ ⌊___⌋
5. **Restar** el cociente ④ **del** número 5 ⌊___⌋
6. **Simplificar**, expresando el resultado como un número entero ⌊___⌋

1. 12
2. 4
3. 4×3
4. $\frac{12}{4 \times 3}$
5. $5 - \frac{12}{4 \times 3}$
6. 4

135

Expresar algebraicamente:

1. Tomar el número 5 ⌊___⌋
2. Multiplicarlo por 4 ⌊___⌋
3. Dividir 40 entre el producto ② ⌊___⌋
4. Tomar el número 8 ⌊___⌋
5. Multiplicarlo por 3 ⌊___⌋
6. Dividir el producto ⑤ entre 6 ⌊___⌋
7. **Restar al** cociente ③ el cociente ⑥ ⌊___⌋
8. Simplificar, expresando el resultado como número entero ⌊___⌋

1. 5
2. 5×4
3. $\frac{40}{5 \times 4}$
4. 8
5. 8×3
6. $\frac{8 \times 3}{6}$
7. $\frac{40}{5 \times 4} - \frac{8 \times 3}{6}$
8. -2

1.5.4.1

Práctica adicional,
si
se considera necesario.

136

Se requiere ahora:

1. Representar un número **entero no determinado**

$\square$

x

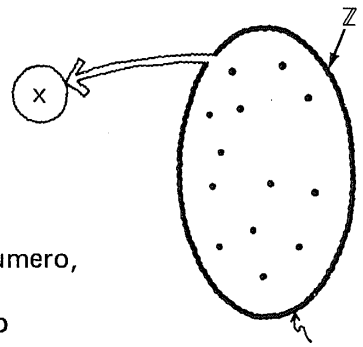
O cualquier otra literal

$x \in \mathbb{Z}$

$\mathbb{Z}$: conjunto de sustitutos permisibles

137

Indeterminada:



No sabemos de este número, más que debe cumplir con las reglas del juego establecidas para los enteros.

Conjunto de sustitutos permisibles

138

Representar algebraicamente:

1. Tomar un número no determinado $\square$
2. Elevarlo al cuadrado $\square$
3. Tomar otro número no determinado $\square$
4. Elevarlo al cuadrado $\square$
5. Sumar los cuadrados obtenidos en 2 y 4 $\square$

1. x^*
2. x^2
3. y^*
4. y^2
5. $x^2 + y^2$

* O cualquier otra literal

139

¿La expresión

$$x^2 + y^2$$

representa
una proposición?

Sí/No

No

140

Representar algebraicamente:

1. Tomar un número no determinado ⌊_____⌋
2. Elevarlo a la quinta potencia ⌊_____⌋
3. Multiplicar el resultado por -2 ⌊_____⌋

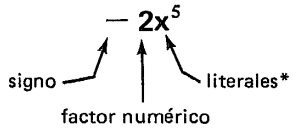
1. x
2. x^5
3. $x^5(-2)$ o $-2x^5$

141

La expresión

$$x^5(-2)$$

se considerará mejor formada si ordenamos
sus componentes así:



*Ordenadas alfabéticamente, si son más de una.

142

Representar algebraicamente:

1.	Tomar un número no determinado	1. x
2.	Elevarlo al cuadrado	2. x^2
3.	Tomar otro número no determinado	3. y
4.	Elevarlo al cubo	4. y^3
5.	Multiplicar las potencias ② y ④	5. x^2y^3
6.	Multiplicar el producto ⑤ por -1	6. $x^2y^3(-1)$
7.	Ordenar los factores, si es necesario, para obtener una expresión mejor formada	7. $-x^2y^3$

143

1.	Tomar un número no determinado	1. x
2.	Multiplicarlo por -1	2. $-x$
3.	Tomar otro número no determinado	3. y
4.	Multiplicarlo por -2	4. $-2y$
5.	Multiplicar los productos ② y ④	5. $(-x)(-2y)$
6.	Multiplicar el producto obtenido ⑤ por el cuadrado de un tercer número	6. $(-x)(-2y)z^2$
7.	Ordenar los factores, en caso necesario, y expresar el resultado en la forma más compacta posible	7. $2xyz^2$

144

1.	Tomar un número no determinado	1. x
2.	Tomar su inverso aditivo	2. $-x$
3.	Multiplicar este inverso aditivo por 1	3. $-x$
4.	Multiplicar el producto obtenido por el cubo de un segundo número no determinado	4. $(-x)y^3$
5.	Ordenar los factores, si se requiere, y expresar el resultado en la forma más compacta posible	5. $-xy^3$

145

1. Tomar un número no determinado ⌊____⌋
2. Sumarle 0 (cero) ⌊____⌋
3. Tomar otro número no determinado ⌊____⌋
4. Restarle 0 (cero) ⌊____⌋
5. Multiplicar las sumas obtenidas en ② y ④ ⌊____⌋
6. Multiplicar por -1 el producto obtenido en ⑤ ⌊____⌋
7. Ordenar los factores, si se requiere, y expresar el resultado en la forma más compacta posible ⌊____⌋

1. x
2. $(x + 0)$ o x
3. y
4. $(y - 0)$ o y
5. $(x + 0)(y - 0)$ o xy
6. $-(x+0)(y-0)$ o $-xy$
7. $-xy$

146

$x \pm 0 = x$

Recordemos que 0 (cero) es el elemento

⌊____⌋

para la suma o adición en $\mathbb{Z}$.

neutro o de identidad

147

1. Tomar un número no determinado ⌊__⌋
2. Restarle 1 ⌊__⌋
3. Tomar el mismo número que en ① ⌊__⌋
4. Restarle 2 ⌊__⌋
5. Tomar nuevamente el número utilizado en ① ⌊__⌋
6. Restarle 3 ⌊__⌋
7. Multiplicar las diferencias obtenidas en ②, ④ y ⑥ ⌊__⌋
8. Ordenar los factores, si es necesario, y expresar el resultado en la forma más compacta posible ⌊__⌋

1. x
2. $x - 1$
3. x
4. $x - 2$
5. x
6. $x - 3$
7. $(x -)(x - 2)(x - 3)$

148

1. Tomar un número no determinado ⌊_____⌋
2. Elevarlo a la primera potencia ⌊_____⌋

1. x
2. x

149

1. Tomar un número no determinado ⌊_____⌋
2. Tomar otro número no determinado (diferente del primero) ⌊_____⌋
3. Expresar el **cociente** de los dos números, tomando el primero como dividendo ⌊_____⌋

1. x
2. y
3. $\frac{x}{y}$

150

1. Tomar un número no determinado ⌊_____⌋
2. Dividirlo entre otro número no determinado ⌊_____⌋
3. Multiplicar el cociente por un tercer número no determinado ⌊_____⌋

1. x
2. $\frac{x}{y}$
3. $\frac{x}{y}z$

151

1. Tomar un número no determinado ⌊____⌋
2. Multiplicarlo por otro número no determinado ⌊____⌋
3. Dividir el producto entre un tercer número no determinado ⌊____⌋

1. x
2. xy
3. $\frac{xy}{z}$

152

1. Tomar un número no determinado
2. Multiplicarlo por el cuadrado de otro número no determinado
3. Tomar un tercer número no determinado
4. Multiplicarlo por la cuarta potencia de un cuarto número indeterminado
5. Sumar los dos productos obtenidos en ② y ④
6. Ordenar y simplificar, si es necesario

1. w
2. wx^2
3. y
4. yz^4
5. $wx^2 + yz^4$

153

1. Tomar el cuadrado de un número no determinado
2. Restarle 1
3. Dividir la diferencia entre el cuadrado tomado en ①
4. Tomar el cubo del mismo número considerado en ①
5. Sumarle 1
6. Dividirlo entre 2
7. Restar al cociente obtenido en ③ el obtenido en ⑥

1. x^2
2. $x^2 - 1$
3. $\frac{x^2 - 1}{x^2}$
4. x^3
5. $x^3 + 1$
6. $\frac{x^3 + 1}{2}$
7. $\frac{x^2 - 1}{x^2} - \frac{x^3 + 1}{2}$

154

1. Tomar el cubo de un número no determinado
2. Sumarle el cuadrado del mismo número
3. Restar a la suma obtenida el número 3
4. Tomar el cuadrado del mismo número indeterminado que hemos venido considerando
5. Restarle el doble del número indeterminado considerado
6. Dividir la diferencia obtenida en ③ entre la obtenida en ⑤

1. x^3
2. $x^3 + x^2$
3. $x^3 + x^2 - 3$
4. x^2
5. $x^2 - 2x$
6. $\dfrac{x^3 + x^2 - 3}{x^2 - 2x}$

155

1. Tomar un número no determinado:

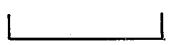
Por ejemplo:

x

156

Un número no determinado x

2. Restarle la mitad de sí mismo:



$x - \dfrac{1}{2}x$

o bien:

$x - \dfrac{x}{2}$

157

$$x - \frac{x}{2}$$

3. Restar a la diferencia obtenida la mitad de sí misma:

$$\left(x - \frac{x}{2}\right) - \frac{1}{2}\left(x - \frac{x}{2}\right)$$

158

$$\left(x - \frac{x}{2}\right) - \frac{1}{2}\left(x - \frac{x}{2}\right)$$

4. Restar a la diferencia obtenida la mitad de sí misma:

Respuesta en el cuadro siguiente

159

$$\left[\left(x - \frac{x}{2}\right) - \frac{1}{2}\left(x - \frac{x}{2}\right)\right] - \frac{1}{2}\left[\left(x - \frac{x}{2}\right) - \frac{1}{2}\left(x - \frac{x}{2}\right)\right]$$

5. Restar a la diferencia obtenida las dos quintas partes de sí misma:

Respuesta en el cuadro siguiente

160

$$\left\{\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]-\frac{1}{2}\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]\right\}-$$
$$-\frac{2}{5}\left\{\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]-\frac{1}{2}\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]\right\}$$

6. Igualar a 30 la diferencia obtenida:

Respuesta en el cuadro siguiente

$$\left\{\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]-\frac{1}{2}\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]\right\}$$
$$-\frac{2}{5}\left\{\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]-\frac{1}{2}\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]\right\}$$
$$= 30$$

Hemos aprendido a formar expresiones como la que nos ha servido de modelo para resolver el problema del ovillo. La expresión resultante ¿representa una proposición?

Sí/No

Sí

161

Señalar la opción correcta.

La proposición representada en el cuadro anterior

es abierta/cerrada

abierta

162

¿Podemos decir si la proposición que estamos considerando es verdadera o falsa?

Sí/No

No

163

Hemos encontrado que si sustituimos a la indeterminada x por el número determinado 400 la proposición resulta

verdadera,

y será **falsa** para cualquier otro número que pongamos en lugar de x.

1.5.4

En este punto, el alumno debe ser capaz de:

- *formar* expresiones algebraicas, a partir de un conjunto dado de instrucciones.

5.5

Práctica de interpretación de expresiones algebraicas

164

La expresión

$3x^4y^5$

representa un producto de factores;
que podemos señalar así:

3, x, x, x, x, y, y, y, y, y

165

De manera similar, la expresión

$(-3)(-x^3)(-y^2)$

representa

un producto de factores,

$(-3), (-1), x, x, x, (-1), y, y$

166

La expresión

$$(x^3 - 1)(x^2 + 2)$$

representa

_____

un producto de factores:

$(x^3 - 1)$ y $(x^2 + 2)$

167

La expresión

$$\frac{x^3 - 2}{x^2 - 1}$$

representa

_____

un cociente.

168

La expresión

$$\frac{x^3}{3}(x + 5)$$

representa

el producto de un cociente $\left(\frac{x^3}{3}\right)$

y una suma $(x + 5)$

169

La expresión

$$\frac{5}{x^2(x+1)}$$

representa

el cociente de:

un número determinado, (5) (dividendo)
y el producto de los factores x^2 y $(x + 1)$ (divisor)

170

La expresión

$$x^2 - y^2$$

representa

por ejemplo:

la diferencia de los cuadrados de dos números indeterminados

171

La expresión

$$x^3 + y^3$$

representa

la **suma de** los **cubos** de dos números indeterminados

172

La expresión

$m^3 - n^3$

representa

_____

la **diferencia de** los **cubos** de dos números indeterminados

173

La expresión

$(x + y)^2$

representa

_____

el cuadrado de la suma de dos números indeterminados

174

La expresión

$(x - y)^2$

representa

_____

el **cuadrado de la diferencia** de dos números indeterminados

175

La expresión

$(a - b)^3$

representa

└_____┘

el **cubo de la diferencia de dos números** indeterminados

176

La expresión

$(a + b)^3$ $a, b \in \mathbb{Z}$

representa

└_____┘

el **cubo de la suma de dos números enteros** no determinados

177

La expresión

$n^3 + n^2$ $n \in \mathbb{N}$

representa

└_____┘

La **suma del cubo y el cuadrado** de un número **natural** indeterminado

178

La expresión

$$n^4 - m^4 \quad m, n \in \mathbb{Z}$$

representa

_____

la **diferencia de las cuartas potencias** de dos números **enteros** no determinados

1.5.5.1

Práctica adicional,
si
se considera necesario.

1.5.5

En este punto, el alumno debe ser capaz de:

- *"traducir"* una expresión algebraica dada al lenguaje común.

5.6

"Traducción" del lenguaje común al lenguaje algebraico

179

Representar algebraicamente:

1. La suma de dos números indeterminados

$x + y$

o cualquier otro par de literales

180

2. La diferencia de dos números indeterminados:

$x - y$

181

3. La suma de tres números **enteros** no determinados:

$x + y + z$
$x, y, z \in \mathbb{Z}$

182

4. La diferencia de los cuadrados de dos números **naturales** no determinados:

$x^2 - y^2$
$x, y \in \mathbb{N}$

183

5. La suma de los cubos de dos números indeterminados:

$x^3 + y^3$

184

6. La suma de:

el cuadrado de un número no determinado,
más el cubo de otro número no determinado, más la
cuarta potencia de un tercer número no determinado:

$x^2 + y^3 + z^4$

185

7. El **sucesor*** del número entero x:

$x + 1 \; x \in \mathbb{Z}$

* Por ejemplo, el sucesor de 3 es 4; el sucesor de 47 es 48; el sucesor de -3 es -2, etc.

186

8. El "antecesor" del número natural n:

$n - 1 \; n \in \mathbb{N}$

187

9. Un número **entero par** no determinado:

$2x \quad x \in \mathbb{Z}$

188

10. Un número **entero impar** no determinado:

$2x + 1$

(o $2x - 1$)

$x \in \mathbb{Z}$

189

11. Un número natural no determinado múltiplo de 5:

$5x \quad x \in \mathbb{N}$

190

12. Un número entero no determinado múltiplo de **a.**

$ax \quad x \in \mathbb{Z}$

191

13. El número natural par sucesor del par x:

$x + 2$

$x \in \mathbb{N}$ y x es par

192

14. La suma del doble de un número no determinado y el triple de otro número no determinado:

$2x + 3y$

193

15. La mitad más el doble de un número no determinado:

$\frac{x}{2} + 2x$

194

16. Un número natural no determinado **aumentado en** 2:

$x + 2 \quad x \in \mathbb{N}$

195

17. Un número entero no determinado disminuido en 5:

$x - 5 \quad x \in \mathbb{Z}$

196

18. La suma de un tercio de un número no determinado y el mismo número incrementado en 1:

$\frac{x}{3} + (x + 1)$

197

Atención.

19. La cuarta parte de un número no determinado disminuido en 3:

$\frac{x - 3}{4}$

o

$\frac{1}{4}(x - 3)$

198

Atención.

20. La cuarta parte de un número no determinado, disminuida en 3:

$\frac{x}{4} - 3$

199

Observar con atención.

- $\frac{x-3}{4}$ "La cuarta parte de un número no determinado, disminuido en 3."
- $\frac{x}{4}-3$ "La cuarta parte de un número no determinado, disminuida en 3."

200

21. Un número no determinado tomado tres veces como factor:

$x \cdot x \cdot x = x^3$

201

22. Un número no determinado tomado tres veces como sumando:

$x + x + x$

Posteriormente veremos que:

$x + x + x = 3x$

202

23. Un número no determinado dividido entre el mismo número aumentado en 1:

$\frac{x}{x+1}$

203

24. Un número no determinado aumentado en 2 y dividido entre el mismo número disminuido en 2:

$\frac{x+2}{x-2}$

204

25. Un número no determinado aumentado en 5, multiplicado por el mismo número disminuido en 5:

$(x+5)(x-5)$

205

26. El producto de la suma y la diferencia de dos números indeterminados:

$(x + y)(x - y)$

206

27. El producto de dos números indeterminados tales que el primero sea igual a la mitad del segundo:

$\frac{x}{2} \cdot x$

207

28. La raíz cuadrada de un número no determinado aumentado en 9

$\sqrt{x + 9}$

208

29. La raíz cuadrada de un número no determinado aumentada en 9:

[ ]

$\sqrt{x} + 9$

1.5.6.1

Práctica adicional,
si
se considera necesario.

209

Pedro tenía x pesos

Posteriormente cobró y pesos

Luego pagó z pesos

Pedro tiene ahora [ ] pesos.

$x + y - z$

210

Yo debía x pesos

Pagué y pesos

Ahora debo [_____] pesos.

$x - y$

211

Han transcurrido x días del año;

faltan por transcurrir [_____] días.

$365 - x$

212

Un cuaderno cuesta x pesos;

a cuadernos cuestan [_____] pesos.

ax

213

x lápices cuestan 25 pesos;

un lápiz cuesta [ ] pesos.

$\frac{25}{x}$

214

x − 1 vacas cuestan 100 000 pesos;

cada vaca cuesta [ ] pesos.

$\frac{100\,000}{x-1}$

215

Tengo que recorrer x kilómetros:

— el lunes recorro a km

— el martes recorro b km

— el miércoles recorro c km

— me faltan por recorrer

[ ] km.

$x - (a + b + c)$

o

$x - a - b - c$

1.5.6.2

Práctica adicional,
si
se considera necesario.

1.5.6

En este punto, el alumno debe ser capaz de:

- *"traducir"* un enunciado dado en lenguaje común a una expresión algebraica.

5.7

Valor numérico de expresiones algebraicas

216

El valor numérico de la expresión

$3x^2 + 5$

para $x = 1$ (supuesto sustituto permisible)

es ⌊_____⌋

$3(1)^2 + 5 = 3 + 5 = 8$

217

$5x^3 - 3$

Valor numérico para $x = 2$:

⌊_____⌋

$5(2)^3 - 3$

$5 \times 8 - 3$

$= 40 - 3$

$= 37$

218

$x^4 - x^2 + 3$

Valor numérico para $x = 3$

$(3)^4 - (3)^2 + 3$

$= 81 - 9 + 3$

$= 75$

219

$3(3x^3 - 7)$

Valor numérico para $x = 2$:

$3[3(2)^3 - 7]$

$= 3[3 \times 8 - 7]$

$= 3[24 - 7]$

$= 3 \times 17$

$= 51$

220

$(x^2 - 3)(x^2 - 8)$

Valor numérico para $x = 0$:

$(0^2 - 3)(0^2 - 8)$

$= (0 - 3)(0 - 8)$

$= (-3)(-8)$

$= 24$

221

$$\frac{x^3 - 25}{2x}$$

Valor numérico para $x = 5$:

$$\frac{(5)^3 - 25}{2(5)}$$

$$= \frac{125 - 25}{10}$$

$$= \frac{100}{10}$$

$$= 10$$

222

$$(x^3 + 1)(x^2 - 1)(x + 2)$$

Valor numérico para $x = 2$:

$$[(2)^3 + 1][(2)^2 - 1](2+2)$$

$$= [8+1][4-1] \cdot 4$$

$$= 9 \times 3 \times 4 =$$

$$= 108$$

223

$$5(x^2 - 8) - 3(x + 6)$$

Valor numérico para $x = 5$:

$$5(5^2 - 8) - 3(5 + 6)$$

$$= 17 \times 5 - 11 \times 3$$

$$= 85 - 33$$

$$= 52$$

Nuestro conocido modelo del ovillo:

$$\left\{\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]-\frac{1}{2}\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]\right\}-$$

$$-\frac{2}{5}\left\{\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]-\frac{1}{2}\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]\right\}$$

Valor numérico para $x = 400$:

Respuesta
en el
cuadro siguiente

$$\left(x-\frac{x}{2}\right)=400-\frac{400}{2}=400-200=200$$

$$\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]=200-100=100$$

$$\left\{\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]-\frac{1}{2}\left[\left(x-\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}\right)\right]\right\}=100-50=50$$

$$\left\{50\right\}-\frac{2}{5}\left\{50\right\}=50-\frac{2\times 50}{5}=50-20=30$$

1.5.7.1

Práctica adicional,
si
se considera necesario.

225

$3x + 5y$

Valor numérico para $x = 1$ e $y = 2$

$3(1) + 5(2)$

$= 3 + 10$

$= 13$

226

$3x^3 - 4y^4$

Valor numérico para $x = 3$ e $y = 2$

$3(3)^3 - 4(2)^4$

$= 3 \times 27 - 4 \times 16$

$= 81 - 64$

$= 17$

227

$x - \left[(x^2 - 3) - 3(y^2 + 2)\right]$

Valor numérico para $x = 5$ e $y = 3$

$5 - \left[(5^2 - 3) - 3(3^2 + 2)\right]$

$= 5 - [22 - 3 \times 11]$

$= 5 - [22 - 33]$

$= 5 - [-11]$

$= 5 + 11$

$= 16$

1.5.7.2

Práctica adicional,
si
se considera necesario.

228

$3x + 5y$

Valor numérico para $x = -2$ e $y = -3$

$3(-2) + 5(-3)$

$= -6 + (-15)$

$= -6 - 15$

$= -21$

229

$10x - 7y$

Valor numérico para $x = -1$ e $y = -5$

$10(-1) - 7(-5)$

$= -10 - (-35)$

$= -10 + 35$

$= 25$

230

$4x^3 - 8x^2 + 3$

Valor numérico para $x = -2$:

$4(-2)^3 - 8(-2)^2 + 3$

$= 4(-8) - 8 \times 4 + 3$

$= -32 - 32 + 3$

$= -64 + 3$

$= -61$

231

$-3\{3 + [x^2 - 3(x + 2)]\}$

Valor numérico para $x = -5$:

Respuesta
en el
cuadro siguiente

$-3\overline{\{3 + \{(-5)^2 - 3[(-5) + 2]\}}}$

$-3\overline{\{3 + \{25 - 3[-3]\}}}$

$-3\overline{\{3 + \{25 - (-9)\}}}$

$-3\overline{3 + (25 + 9)}$

$-3\overline{3 + 34}$

$-3 \times 37 = -111$

232

Señalar la opción correcta.

$$-3\overline{\left|3+\left\{(-5)^2-3\left[(-5)+2\right]\right\}\right.}=-111$$

Esto { representa / no representa } una proposición { abierta / cerrada { V / F } }

representa

cerrada

V

1.5.7.3

Práctica adicional,
si
se considera necesario.

1.5.7

En este punto, el alumno debe ser capaz de:

- *determinar* el valor numérico de una expresión algebraica dada, para sustitutos dados en $\mathbb{Z}$ de las indeterminadas.

Esta obra se terminó de imprimir
el día 12 de abril de 1985,
en los talleres de Litográfica Ingramex, S. A.,
Centeno núm. 162, loc. 1, Col. Granjas Esmeralda,
Deleg. Iztapalapa, 09810, México, D. F.,
se encuadernó en Ediciones Pegaso, S. A.,
Centeno núm. 162, loc. 4, Col. Granjas Esmeralda,
Deleg. Iztapalapa, 09810, México, D. F.,
se tiraron
3 000 ejemplares, más sobrantes de reposición

CO ET KC 100